

Диагностическая работа №1

по МАТЕМАТИКЕ

27 сентября 2011 года

11 класс

Вариант 13 (без производной)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

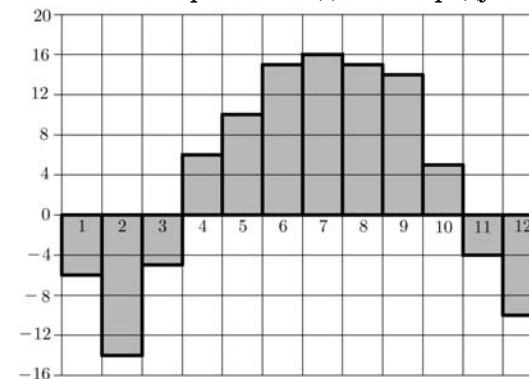
В1

Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Ответ:

В2

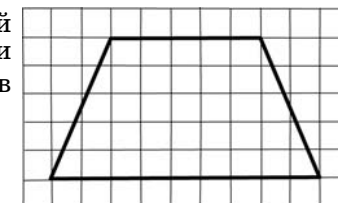
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите разность между среднемесячными температурами июля и ноября. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

В3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

- В4** В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Иркутск	Вологда	Тюмень
Пшеничный хлеб (батон)	12	16	13
Молоко (1 литр)	25	25	25
Картофель (1 кг)	16	9	16
Сыр (1 кг)	220	240	260
Мясо (говядина, 1 кг)	300	280	285
Подсолнечное масло (1 литр)	65	65	65

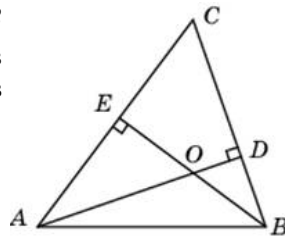
В каком из этих городов была самой низкой стоимость набора продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответе запишите эту стоимость (в рублях).

Ответ:

- В5** Найдите корень уравнения $\log_2(79 - 3x) = 6$.

Ответ:

- В6** В треугольнике ABC угол A равен 41° , угол B равен 74° , высоты AD и BE пересекаются в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



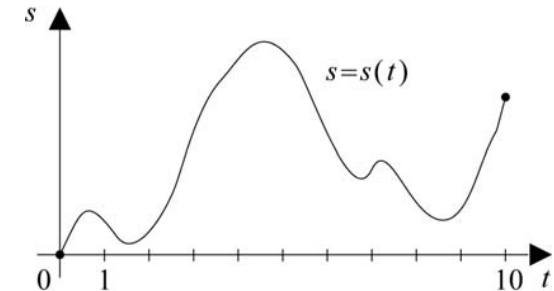
Ответ:

- В7** Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ:

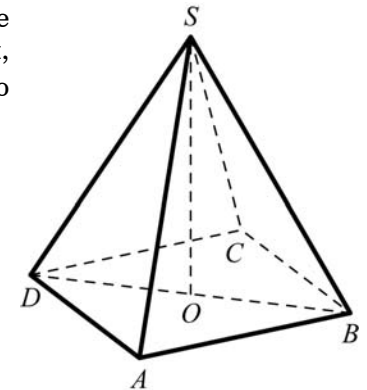
- В8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой в течение 10 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M с течением времени. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- В9** В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, $SO = 24$, $BD = 36$. Найдите боковое ребро SA .



Ответ:

B10 На соревнования по метанию ядра приехали 4 спортсмена из Чехии, 5 из Сербии и 3 из Португалии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий пятым, будет из Португалии.

Ответ:

B11 Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 2, а площадь поверхности равна 104.

Ответ:

B12 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин) — время, прошедшее от начального момента, T (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 192$ мг. Период его полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 6 мг?

Ответ:

B13 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. За час автомобилист проезжает на 55 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 6 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите наибольшее значение функции $y = 2^{1-4x-x^2} - 21$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Решите уравнение $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 4, найдите расстояние от точки A до прямой $B_1 C_1$.

C3 Решите неравенство

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

C4 Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 14, а отношение катетов треугольника равно $\frac{7}{24}$.

C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

C6 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

Диагностическая работа №1

по МАТЕМАТИКЕ

27 сентября 2011 года

11 класс

Вариант 14 (без производной)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

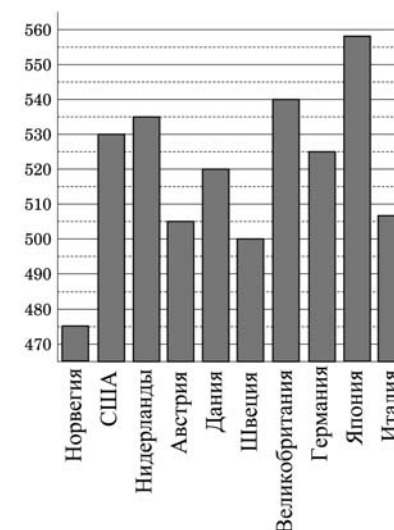
B1

В летнем лагере 228 детей и 28 воспитателей. В автобус помещается не более 47 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех детей и воспитателей из лагеря в город?

Ответ:

B2

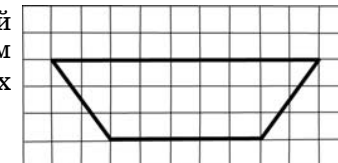
На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Найдите число стран, в которых средний балл ниже, чем 515.



Ответ:

B3

Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

В4 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за 1 минуту разговора
"Повременный"	Нет	0,2 руб.
"Комбинированный"	140 руб. за 320 мин. в месяц	0,15 руб. за 1 мин. сверх 320 мин. в месяц.
"Безлимитный"	150 руб. в месяц	

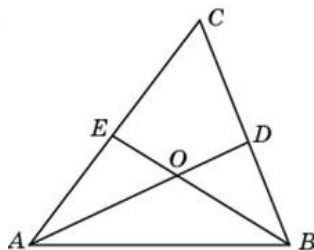
Абонент выбрал наиболее дешевый тарифный план исходя из предположения, что общая длительность телефонных разговоров составляет 900 минут в месяц. Какую сумму он должен заплатить за месяц, если общая длительность разговоров в этом месяце действительно будет равна 900 минутам? Ответ дайте в рублях.

Ответ:

В5 Найдите корень уравнения $\log_3(7 - x) = 2$.

Ответ:

В6 В треугольнике ABC угол C равен 74° , AD и BE – биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



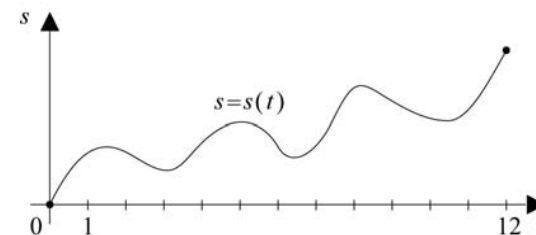
Ответ:

В7 Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Ответ:

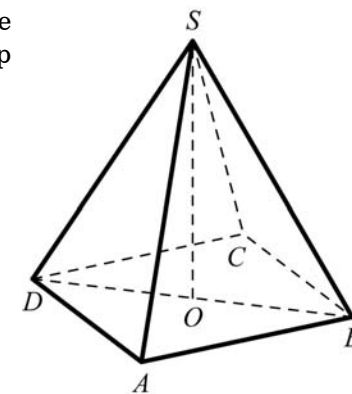
В8 Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой в течение 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M с течением времени. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ:

В9 В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, $SO = 28$, $BD = 42$. Найдите боковое ребро SC .



Ответ:

В10 На соревнования по метанию ядра приехали 2 спортсмена из Швейцарии, 6 из Великобритании и 2 из Чехии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает девятым, будет из Чехии.

Ответ:

B11 Найдите боковое ребро правильной четырёхугольной призмы, если сторона её основания равна 9, а площадь поверхности равна 522.

Ответ:

B12 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин) — время, прошедшее от начального момента, T (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 124$ мг. Период его полураспада $T = 2$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 31 мг?

Ответ:

B13 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. За час автомобилист проезжает на 70 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 2 часа 20 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

B14 Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{x^2-6x+8} + 3$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Решите уравнение $4\sin^2 x - 12\sin x + 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 10, найдите расстояние от точки E до прямой $B_1 C_1$.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7\log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

C4 Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно $\frac{15}{8}$.

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

C6 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

Диагностическая работа №1

по МАТЕМАТИКЕ

27 сентября 2011 года

11 класс

Вариант 15 (без производной)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

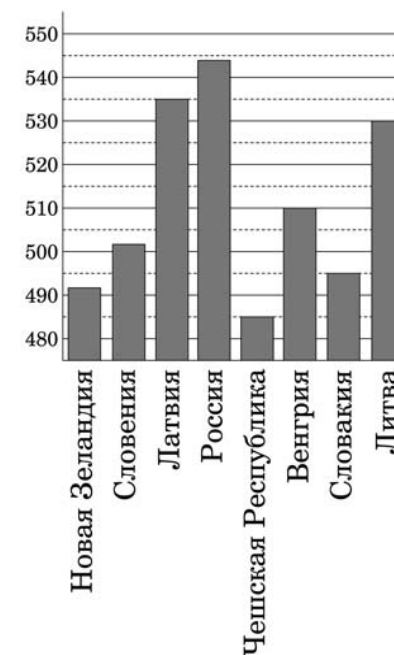
B1

На автозаправке клиент купил 28 литров бензина по цене 28 руб 50 коп за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить с 1000 рублей?

Ответ:

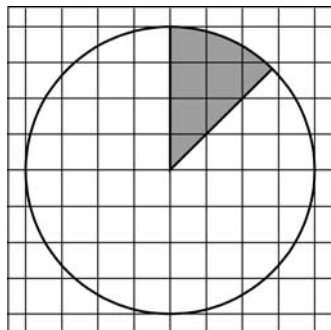
B2

На диаграмме показан средний балл участников 8 стран в тестировании учащихся 4-го класса по математике в 2007 году (по 1000-балльной шкале). Найдите число стран, в которых средний балл выше 500.



Ответ:

- B3** На клетчатой бумаге нарисован круг, площадь которого равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ:

B4

Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План "0"	Нет	0,8 руб. за 1 Мб
План "200"	201 руб. за 200 Мб трафика в месяц	0,7 руб. за 1 Мб сверх 200 Мб
План "500"	481 руб. за 500 Мб трафика в месяц	0,6 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб

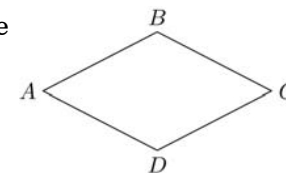
Пользователь предполагает, что его трафик составит 400 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 400 Мб?

Ответ:

- B5** Найдите корень уравнения $\log_7(3 - x) = 2$.

Ответ:

- B6** В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 126° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



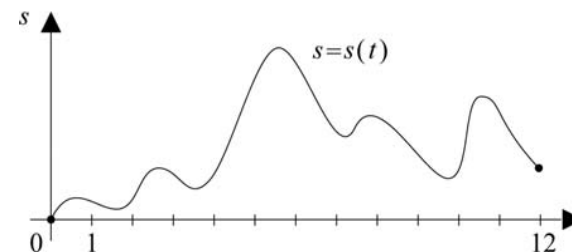
Ответ:

- B7** Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Ответ:

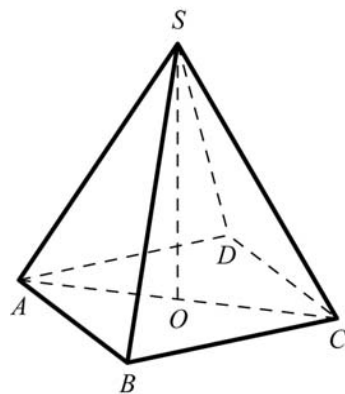
- B8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой в течение 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M с течением времени. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



Ответ:

- В9** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, $SO = 24$, $AC = 20$. Найдите боковое ребро SD .

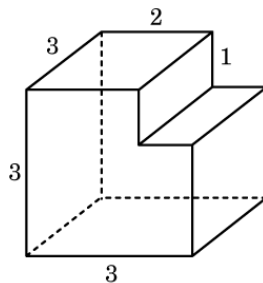


Ответ:

- В10** На соревнования по метанию ядра приехали 5 спортсменов из Финляндии, 4 из Австрии и 3 из Хорватии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий вторым, будет из Хорватии?

Ответ:

- В11** Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ:

- В12** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин) — время, прошедшее от начального момента, T (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 100$ мг. Период его полураспада $T = 4$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 25 мг?

Ответ:

- В13** Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. За час автомобилист проезжает на 90 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа 30 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

- В14** Найдите наибольшее значение функции $y = 2^{6x-x^2-6} + 2$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

- С1** Решите уравнение $6\cos^2 x - 7\cos x - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

- С2** В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 4, найдите расстояние от точки A до прямой $B_1 C_1$.

- С3** Решите неравенство

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

C4 Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 14, а отношение катетов треугольника равно $\frac{7}{24}$.

C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

C6 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и

а) пять;

б) четыре;

в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

Диагностическая работа №1

по МАТЕМАТИКЕ

27 сентября 2011 года

11 класс

Вариант 16 (без производной)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Часть 1

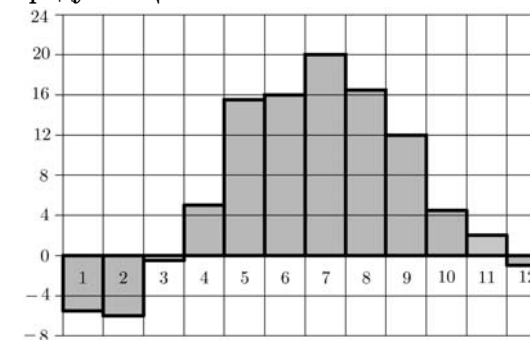
В1

На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и попросил залить полный бак бензина. Цена бензина 28 руб 40 коп за литр. Сдачи клиент получил 34 руб 40 коп. Сколько литров бензина было залито в бак?

Ответ:

В2

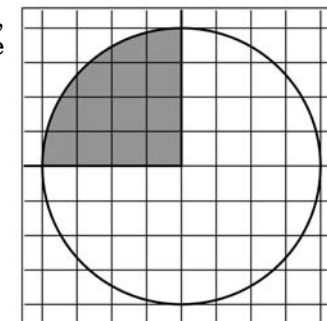
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. На сколько градусов средняя температура в сентябре была ниже, чем в июне. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ:

В3

На клетчатой бумаге нарисован круг, площадь которого равна 8. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ:

- В4** Для транспортировки 4 тонн груза на 350 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешёвую перевозку?

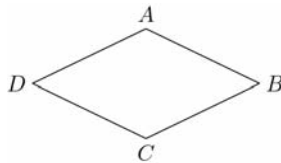
Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 10 км)	Грузоподъёмность автомобилей (тонн)
А	110	2,2
Б	120	2,4
В	160	3,2

Ответ:

- В5** Найдите корень уравнения $\log_3(8 - x) = 3$.

Ответ:

- В6** В ромбе $ABCD$ угол ABC равен 52° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.



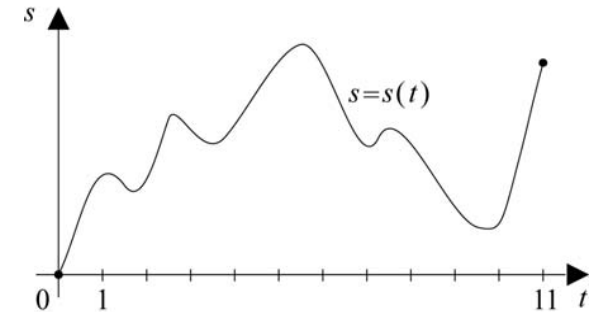
Ответ:

- В7** Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Ответ:

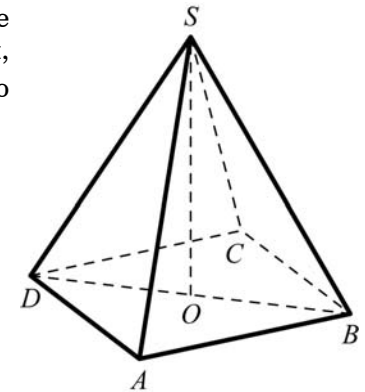
- В8** Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой в течение 11 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M с течением времени. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат – расстояние s в метрах.

Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитываются).



Ответ:

- В9** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, $SO = 15$, $BD = 16$. Найдите боковое ребро SD .

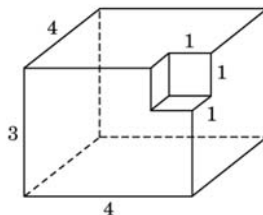


Ответ:

В10 На соревнования по метанию ядра приехали 6 спортсменов из Хорватии, 2 из Чехии и 2 из Австрии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий седьмым, будет из Чехии.

Ответ:

В11 Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ:

В12 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин) — время, прошедшее от начального момента, T (мин) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 56$ мг. Период его полураспада $T = 7$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 7 мг?

Ответ:

В13 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. За час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Ответ:

В14 Найдите наименьшее значение функции $y = 2^{x^2 - 8x + 20} - 12$.

Ответ:

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 Решите уравнение $4\sin^2 x - 12\sin x + 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

C2 В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 10, найдите расстояние от точки E до прямой $B_1 C_1$.

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7\log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

C4 Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно $\frac{15}{8}$.

C5 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

C6 Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008 и

- пять;
 - четыре;
 - три
- из них образуют геометрическую прогрессию?

Bap	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14
1	13	20	35	420	5	115	-0,1	4	30	0,86	12	50	20	11
2	6	4	21	150	4	127	-0,2	3	35	0,97	10	4	20	16
3	202	5	2	320	-5	27	-0,5	-1	26	0,9	52	8	10	2
4	34	4	2	7700	7	64	-3	0,75	17	0,94	80	21	20	-3
5	13	20	35	420	5	115	-0,1	6	30	0,25	12	50	20	11
6	6	4	21	150	-2	127	-0,2	6	35	0,2	10	4	20	3,5
7	202	5	2	320	-46	27	-0,5	9	26	0,25	52	8	10	10
8	34	4	2	7700	-19	64	-3	8	17	0,2	80	21	20	4
9	6	8	35	456	4	129	0,75	2	26	0,25	49	7	10	23
10	826	3	3	367	-6	98	0,2	1	12	0,125	36	4	10	11
11	62	8	4,5	347	1	70	0,5	10	15	0,2	144	10000	15	17
12	0,4	465	49	292	-2	47	0,2	-1	24	0,3	16	700	20	112
13	13	20	35	420	5	115	-0,1	6	30	0,25	12	50	20	11
14	6	4	21	150	-2	127	-0,2	6	35	0,2	10	4	20	3,5
15	202	5	2	320	-46	27	-0,5	9	26	0,25	52	8	10	10
16	34	4	2	7700	-19	64	-3	8	17	0,2	80	21	20	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

Решите уравнение $6\cos^2x - 7\cos x - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

Решение.
Сделаем замену $\cos x = y$ и получим квадратное уравнение $6y^2 - 7y - 5 = 0$, корнями которого являются числа $-\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{3}$.
Уравнение $\cos x = \frac{5}{3}$ не имеет решений, а из уравнения $\cos x = -\frac{1}{2}$ находим:

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Корни уравнения: $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, где $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Найдем корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

$$-\pi \leq -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq 2\pi; \quad -\frac{1}{6} \leq n \leq \frac{8}{6} : \quad n = 0, x = -\frac{2\pi}{3}; \quad n = 1, x = \frac{4\pi}{3}.$$

$$-\pi \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq 2\pi; \quad -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{2}{3} : \quad k = 0, x = \frac{2\pi}{3}.$$

Отрезку $[-\pi; 2\pi]$ принадлежат только корни $-\frac{2\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$.

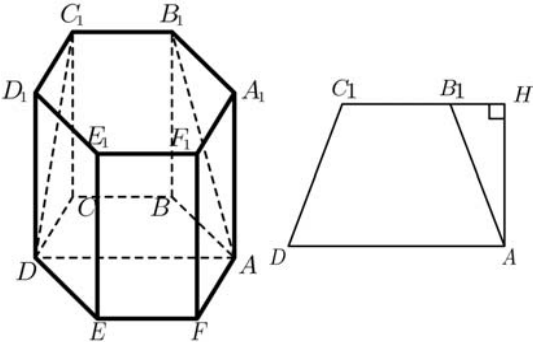
Ответ: $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Отрезку принадлежат корни $-\frac{2\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Уравнение решено верно, указаны все корни, принадлежащие отрезку	2
Уравнение решено верно, однако корни, принадлежащие отрезку, не указаны или указаны неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0
Максимальный балл	2

C2

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 4, найдите расстояние от точки A до прямой B_1C_1 .

Решение.
Так как $ABCDEF$ — правильный шестиугольник, то прямые AD и BC параллельны, параллельны также прямые BC и B_1C_1 , следовательно, прямые AD и B_1C_1 параллельны. Расстояние от точки A до прямой B_1C_1 равно расстоянию между прямыми AD и B_1C_1 .



В трапеции DC_1B_1A $B_1C_1 = 4$, $DA = 8$, $DC_1 = B_1A = 4\sqrt{2}$.

$$B_1H = \frac{DA - C_1B_1}{2} = \frac{8 - 4}{2} = 2, \text{ тогда } AH = 2\sqrt{7}.$$

Ответ: $2\sqrt{7}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

С3 Решите неравенство

$$\frac{\log_{7^{x+3}} 49}{\log_{7^{x+3}} (-49x)} \leq \frac{1}{\log_7 \log_{\frac{1}{7}} 7^x}.$$

Решение.

Решение ищем на множестве:

$$\begin{cases} x \neq -1, \\ x \neq -\frac{1}{49}, \\ x \neq -3, \\ x < 0. \end{cases}$$

Пусть $\log_7(-x) = t$, тогда $\frac{2}{2+t} \leq \frac{1}{t} \Leftrightarrow t \in (-\infty; -2) \cup (0; 2]$.

Значит, $x \in [-49; -1) \cup \left(-\frac{1}{49}; 0\right)$.

С учетом ограничений получаем: $x \in [-49; -3) \cup (-3; -1) \cup \left(-\frac{1}{49}; 0\right)$.

Ответ: $[-49; -3) \cup (-3; -1) \cup \left(-\frac{1}{49}; 0\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	3
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек (не включены в ответ 0 или 6)	2
Полученный ответ неверен, решено верно только дробно-рациональное неравенство без учёта области допустимых значений переменной неравенства	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4 Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 14, а отношение катетов треугольника равно $\frac{7}{24}$.

Решение.

Обозначим треугольник ABC . Предположим, что отрезок отсекает от треугольника ABC треугольник ANM (см. рис. 1).

Обозначим точки касания окружности и прямых P, Q, R, S (см. рис. 1). Так как $OQMR$ и $OPCS$ – квадраты, $MQ = PC = r$, где r – радиус окружности. Кроме того, $NQ = NP$. Значит, $NM = NC$.

BN – биссектриса угла ABC . Треугольники NMB и NCB равны по гипотенузе и катету.

Пусть $CB = 7x$, а $CA = 24x$. По теореме Пифагора $AB = 25x$.

Тогда $AM = AB - BM = 25x - 7x = 18x$. Из подобия

треугольников AMN и ACB получаем: $\frac{CB}{NM} = \frac{CA}{AM}$, откуда $\frac{7x}{14} = \frac{24x}{18x}$.

Следовательно, $x = \frac{8}{3}$. Найдём радиус окружности:

$$r = \frac{AC + BC - AB}{2} = \frac{6x}{2} = 3x = 8.$$

Если отрезок отсекает треугольник BMN (рис. 2), то, рассуждая аналогично, находим, что $BM = 25x - 24x = x$.

Из подобия треугольников следует $\frac{ACB}{NMB}$ следует $\frac{CA}{NM} = \frac{CB}{BM}$, откуда получаем $\frac{24x}{14} = \frac{7x}{x}$, $x = \frac{49}{12}$.

Тогда $r = 3x = \frac{49}{4} = 12,25$.

Ответ: 8 или 12,25.

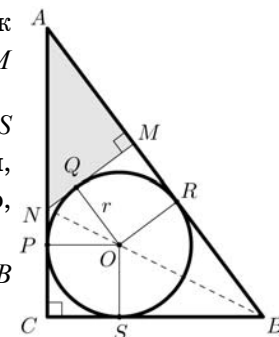


Рис. 1

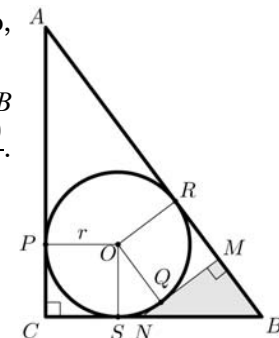


Рис. 2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C5 Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9, \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение.

Первое уравнение задаёт на плоскости окружности ω_1 и ω_2 радиуса 3, симметричные относительно оси ординат. Центры этих окружностей — точки $C_1(9; 5)$ и $C_2(-9; 5)$. Второе уравнение — уравнение окружности ω радиуса $a > 0$ с центром $C(-3; 0)$.

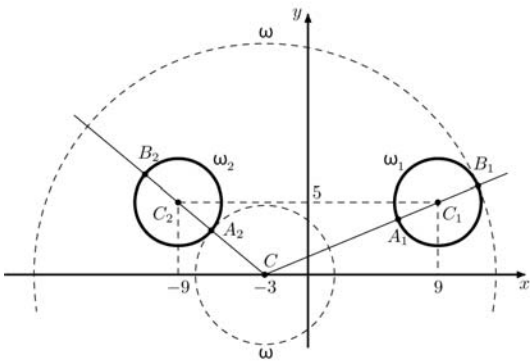
Система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность ω касается одной из окружностей ω_1 и ω_2 , но не имеет общих точек с другой окружностью.

Из точки C проведём лучи CC_1 и CC_2 и обозначим A_1, B_1 и A_2, B_2 точки их пересечения с окружностями ω_1 и ω_2 (см. рис.).

Заметим, что $CC_2 < CC_1$, поэтому $CA_2 < CA_1$ и $CB_2 < CB_1$. Значит, если $a = CA_2$, то ω касается ω_2 , но не имеет общих точек с ω_1 . Если $a = CB_1$, то ω касается ω_1 , но не имеет общих точек с ω_2 .

$$CA_2 = CC_2 - C_2A_2 = \sqrt{(9 - 3)^2 + 5^2} - 3 = \sqrt{61} - 3;$$

$$CB_1 = CC_1 + C_1B_1 = \sqrt{(9 + 3)^2 + 5^2} + 3 = 13 + 3 = 16.$$



Сравним CA_1 и CB_2 :

$$CA_1 = \sqrt{(9 + 3)^2 + 5^2} - 3 = 10, CB_2 = \sqrt{(9 - 3)^2 + 5^2} + 3 = \sqrt{61} + 3.$$

Получаем $CA_1 < CB_2$. Значит, если ω касается ω_1 в точке A_1 , то ω пересекает ω_2 в двух точках. Аналогично, если ω касается ω_2 в точке B_2 , то ω пересекает ω_1 в двух точках.

Следовательно, других решений, кроме двух найденных, система не имеет.

Ответ: $\sqrt{61} - 3$ или 16.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получены оба верных значения параметра, но – или в ответ включены также и одно-два неверных значения (не учтено условие $a > 0$); – или решение недостаточно обосновано	3
С помощью верного рассуждения получено хотя бы одно верное значение параметра	2
Задача сведена к исследованию: – или взаимного расположения трёх окружностей; – или двух квадратных уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6

Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и
а) пять;
б) четыре;
в) три
из них образуют геометрическую прогрессию?

Решение.
Пусть n – количество последовательных членов геометрической прогрессии, произведение которых делит 1512.
 $1512 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^1$. Следовательно, члены геометрической прогрессии состоят только из простых множителей 2, 3 и 7.
Пусть первый член равен $2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$, а знаменатель прогрессии равен $2^d \cdot 3^e \cdot 7^f$ (a, b, c, d, e, f – целые неотрицательные числа, при этом хотя бы одно из чисел d, e, f больше нуля). Тогда произведение чисел равно

$$2^{na+d+2d+\dots+(n-1)d} \cdot 3^{nb+e+2e+\dots+(n-1)e} \cdot 7^{nc+f+2f+\dots+(n-1)f} =$$
$$= 2^{na+\frac{(n-1)n}{2}d} \cdot 3^{nb+\frac{(n-1)n}{2}e} \cdot 7^{nc+\frac{(n-1)n}{2}f}.$$

Полученное число является делителем числа $1512 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^1$. Следовательно,

$$na + \frac{(n-1)nd}{2} \leq 3, \quad nb + \frac{(n-1)ne}{2} \leq 3 \quad \text{и} \quad nc + \frac{(n-1)nf}{2} \leq 1. \quad (1)$$

Если $n \geq 4$, то $na + \frac{(n-1)nd}{2} \geq 4a + 6d$.

Аналогично,

$$nb + \frac{(n-1)ne}{2} \geq 4b + 6e \quad \text{и} \quad nc + \frac{(n-1)nf}{2} \geq 4c + 6f.$$

Неравенства

$$4a + 6d \leq 3, \quad 4b + 6e \leq 3 \quad \text{и} \quad 4c + 6f \leq 1$$

имеют целые неотрицательные решения только при $d = e = f = 0$, что невозможно.

Следовательно, $n \leq 3$. Тем самым мы ответили на вопросы а) и б) – ни пять, ни четыре числа не могут образовывать геометрическую прогрессию и иметь при этом произведение, которое делит 1512.

Приведем пример пяти чисел, удовлетворяющих условию задачи при $n = 3$. Положим $a = b = c = e = f = 0, \quad d = 1$.

Получаем три члена геометрической прогрессии 1, 2, 4. Их произведение равно 8. $\frac{1512}{8} = 189 = 3 \cdot 63$. Следовательно, в качестве четвертого и пятого можно взять, например, числа 3 и 63: $1512 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 63$.

Ответ: а) нет; б) нет; в) да.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены: а), б), в)	4
Верно выполнены б) и один пункт из двух: а), в)	3
Верно выполнено б) или а) и в)	2
Верно выполнен один пункт из двух: а), в)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1

Решите уравнение $4\sin^2x - 12\sin x + 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.

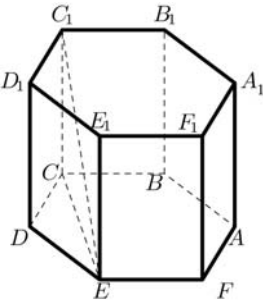
Решение.
Сделаем замену $\sin x = y$ и получим квадратное уравнение $4y^2 - 12y + 5 = 0$, корнями которого являются числа $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{2}$.
Уравнение $\sin x = \frac{5}{2}$ не имеет решений, а из уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ находим:
 $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ или $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$.
Корни уравнения: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, где $n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$.
Найдем корни, принадлежащие отрезку $[-\pi; 2\pi]$.
 $-\pi \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq 2\pi; \quad -\frac{7}{12} \leq n \leq \frac{11}{12} : \quad n = 0, x = \frac{\pi}{6}.$
 $-\pi \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \leq 2\pi; \quad -\frac{11}{12} \leq k \leq \frac{7}{12} : \quad k = 0, x = \frac{5\pi}{6}.$
Отрезку $[-\pi; 2\pi]$ принадлежат только корни $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$.
Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$. Отрезку $[-\pi; 2\pi]$ принадлежат корни: $\frac{\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Уравнение решено верно, указаны все корни, принадлежащие отрезку	2
Уравнение решено верно, однако корни, принадлежащие отрезку, не указаны или указаны неверно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все рёбра которой равны 10, найдите расстояние от точки E до прямой B_1C_1 .

Решение.
Так как $ABCDEF$ — правильный шестиугольник, прямые BC и CE перпендикулярны. Поскольку прямые BC и B_1C_1 параллельны, CE перпендикулярно B_1C_1 . Тогда по теореме о трёх перпендикулярах EC_1 перпендикулярно B_1C_1 , так что длина отрезка EC_1 равна искомому расстоянию.



$CE = 10\sqrt{3}$; по условию $CC_1 = 10$. По теореме Пифагора для треугольника $ECC_1 : EC_1 = 20$.
Ответ: 20.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 7\log_9(x^2 - x - 6) \leq 8 + \log_9 \frac{(x+2)^7}{x-3}, \\ \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x+1}} < 52. \end{cases}$$

Решение.

Решим первое неравенство.

$$\begin{cases} \log_9 \frac{(x^2 - x - 6)^7 \cdot (x - 3)}{(x + 2)^7} \leq 8, \\ (x - 3)(x + 2) > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \log_9(x - 3)^8 \leq 8, \\ (x - 3)(x + 2) > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} (x - 3)^8 \leq 9^8, \\ (x - 3)(x + 2) > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 3)^2 \leq 9^2, \\ (x - 3)(x + 2) > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 12)(x + 6) \leq 0, \\ (x - 3)(x + 2) > 0. \end{cases}$$

Решением первого неравенства является: $-6 \leq x - 2$, $3 < x \leq 12$.

Решим второе неравенство данной системы:

$$\frac{1}{3^{x-1}} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \right) < 52; \quad \frac{1}{3^{x-1}} \cdot \frac{13}{9} < 52; \quad 3^{x-1} > \frac{1}{36}; \quad x - 1 > \log_3 \frac{1}{36}; \quad x > -1 - \log_3 4.$$

Решением второго неравенства системы является: $x > -1 - \log_3 4$.

$$-6 < -1 - \log_3 4 < -2.$$

Решение исходной системы неравенств: $-1 - \log_3 4 < x < -2$, $3 < x \leq 12$.**Ответ:** $(-1 - \log_3 4; -2)$, $(3; 12]$.

Содержание критерия	Баллы
Получен верный обоснованный ответ	3
Оба неравенства решены верно, но ответ к системе отсутствует или неверный	2
Верно решено только одно из неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С4

Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника, отсекает от него четырёхугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок этой прямой, заключённый внутри треугольника, равен 40, а отношение катетов треугольника равно $\frac{15}{8}$.

Решение.

Обозначим треугольник ABC . Предположим, что отрезок отсекает от треугольника ABC треугольник ANM (см. рис. 1).

Обозначим точки касания окружности и прямых P, Q, R, S (см. рис. 1). Так как $OQMR$ и $OPCS$ — квадраты, $MQ = PC = r$, где r — радиус окружности. Кроме того, $NQ = NP$. Значит, $NM = NC$. BN — биссектриса угла ABC . Треугольники NMB и NCB равны по гипотенузе и катету.

Пусть $CB = 8x$, а $CA = 15x$. По теореме Пифагора $AB = 17x$. Тогда $AM = AB - BM = 17x - 8x = 9x$. Из подобия

треугольников AMN и ACB получаем: $\frac{CB}{NM} = \frac{CA}{AM}$, откуда $\frac{8x}{40} = \frac{15x}{9x}$.

Следовательно, $x = \frac{25}{3}$. Найдём радиус окружности:

$$r = \frac{AC + BC - AB}{2} = \frac{6x}{2} = 3x = 25.$$

Если отрезок отсекает треугольник BNM (рис. 2), то, рассуждая аналогично, находим, что $BM = 17x - 15x = 2x$. Из подобия треугольников ACB и NMB получаем: $\frac{CA}{NM} = \frac{CB}{BM}$, откуда $\frac{15x}{40} = \frac{8x}{2x}$, $x = \frac{32}{3}$. Тогда $r = 3x = 32$.

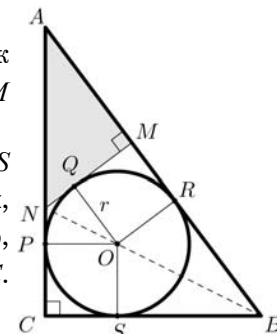
Ответ: 25 или 32.

Рис. 1

$$\frac{8x}{40} = \frac{15x}{9x}.$$

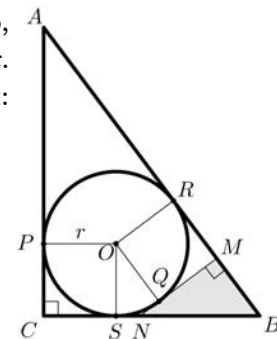


Рис. 2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

С5 Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 2ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

Решение.

1. Функция f имеет вид:

а) при $x^2 - 8x + 7 \geq 0$: $f(x) = x^2 + 2(a-4)x + 7$, а ее график есть две части параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x = 4 - a$;

б) при $x^2 - 8x + 7 < 0$: $f(x) = -x^2 + (2a+8)x - 7$, а ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз.

Все возможные виды графика функции $f(x)$ показаны на рисунках:

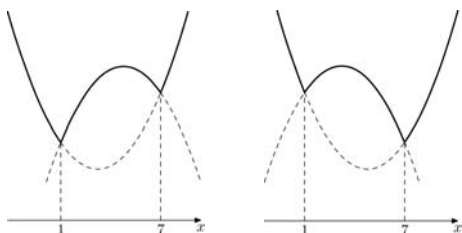


Рис. 1

Рис. 2

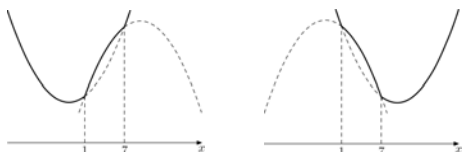


Рис. 3

Рис. 4

2. Наименьшее значение функции $f(x)$ может приниматься только в точках $x = 1$ или $x = 7$, а если $4 - a \notin [1; 7]$ – то в точке $x = 4 - a$.

3. Наименьшее значение функции f больше 1 тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} f(1) > 1, \\ f(7) > 1, \\ f(4-a) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a > 1, \\ 14a > 1, \\ 2a(4-a) + |a^2 - 9| > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{1}{2}, \\ a > \frac{1}{14}, \\ 2a^2 - 8a + 1 - |a^2 - 9| < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 3, \\ a^2 - 8a + 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 3, \\ 4 - \sqrt{6} < a < 4 + \sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < a < 3, \\ \frac{4 - \sqrt{40}}{3} < a < \frac{4 + \sqrt{40}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq a < 4 + \sqrt{6} \\ \frac{1}{2} < a < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < a < 4 + \sqrt{6}.$$

Ответ: $\left(\frac{1}{2}; 4 + \sqrt{6}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки	3
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решении условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна	2
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции в целом	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

С6

Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1008 и

а) пять;
б) четыре;
в) три

из них образуют геометрическую прогрессию?

Решение.
Пусть n – количество последовательных членов геометрической прогрессии, произведение которых делит 1008.
 $1008 = 2^4 3^2 7^1$. Следовательно, члены геометрической прогрессии состоят только из простых множителей 2, 3 и 7.
Пусть первый член равен $2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$, а знаменатель прогрессии равен $2^d \cdot 3^e \cdot 7^f$ (a, b, c, d, e, f – целые неотрицательные числа, при этом хотя бы одно из чисел d, e, f больше нуля). Тогда произведение чисел равно

$$\begin{aligned} &2^{na+d+2d+\dots+(n-1)d} \cdot 3^{nb+e+2e+\dots+(n-1)e} \cdot 7^{nc+f+2f+\dots+(n-1)f} = \\ &= 2^{na+\frac{(n-1)n}{2}d} \cdot 3^{nb+\frac{(n-1)n}{2}e} \cdot 7^{nc+\frac{(n-1)n}{2}f}. \end{aligned}$$

Полученное число является делителем числа $1008 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^1$. Следовательно,

$$na + \frac{(n-1)nd}{2} \leq 4, \quad nb + \frac{(n-1)ne}{2} \leq 2 \quad \text{и} \quad nc + \frac{(n-1)nf}{2} \leq 1 \quad (1)$$

Если $n \geq 4$, то $na + \frac{(n-1)nd}{2} \geq 4a + 6d$.

Аналогично,

$$nb + \frac{(n-1)ne}{2} \geq 4b + 6e \quad \text{и} \quad nc + \frac{(n-1)nf}{2} \geq 4c + 6f.$$

Неравенства $4a + 6d \leq 4, \quad 4b + 6e \leq 2 \quad \text{и} \quad 4c + 6f \leq 1$ имеют целые неотрицательные решения только при $d = e = f = 0$, что невозможно.

Следовательно, $n \leq 3$. Тем самым мы ответили на вопросы а) и б) – ни пять, ни четыре числа не могут образовывать геометрическую прогрессию и иметь при этом произведение, которое делит 1008.

Приведем пример пяти чисел, удовлетворяющих условию задачи при $n = 3$. Положим $a = b = c = e = f = 0, \quad d = 1$.

Получаем три члена геометрической прогрессии 1, 2, 4. Их произведение равно 8.
 $\frac{1008}{8} = 126 = 3 \cdot 42$. Следовательно, в качестве четвертого и пятого можно взять,

например, числа 3 и 42: $1008 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 42$.

Ответ: а) нет; б) нет; в) да.

Содержание критерия	Баллы
Верно выполнены: а), б), в)	4
Верно выполнены б) и один пункт из двух: а), в)	3
Верно выполнено б) или а) и в)	2
Верно выполнен один пункт из двух: а), в)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4